

中学2年3組 数学科学習指導案

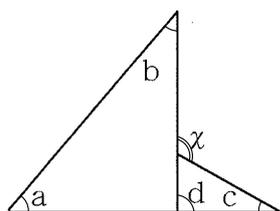
指導者 安野 洋

4枚の合同な直角三角形を組み合わせて平行四辺形をつくり、それが本当に平行四辺形か証明し、伝え合うようなかかわり合いをもたせたことは、思考力・判断力・表現力を高め合うことに有効であったか。

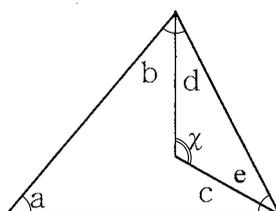
1 単元名 図形を探って伝え合おう ～いろいろな四角形～

2 授業の構想

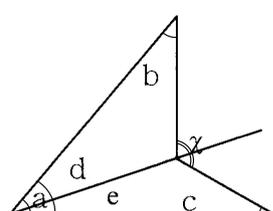
(1) 図形の調べ方では、角度を求める問題がいろいろあり、それをどのようにして求めるかは一様ではない。生徒たちはくさび形の四角形の角度の関係を求める時、三角形の内角・外角の性質や平行線の性質などを利用して、多様な求め方を考えだして発表した。自分の考え方とは違う求め方に「なるほど!」と納得する生徒もいた。



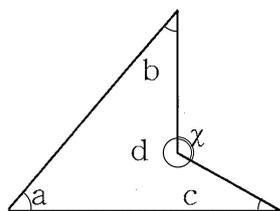
三角形の外角の性質より
 $\angle d = \angle a + \angle b$
 $\angle \chi = \angle d + \angle c$
 よって $\angle \chi = \angle a + \angle b + \angle c$



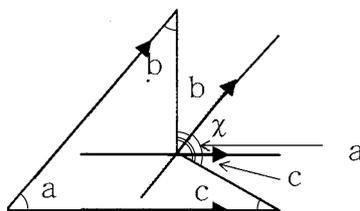
$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e = 180^\circ$
 $\angle \chi + \angle d + \angle e = 180^\circ$
 よって $\angle \chi = \angle a + \angle b + \angle c$



$\angle a = \angle d + \angle e$
 三角形の外角の性質より
 $\angle \chi = (\angle b + \angle d) + (\angle c + \angle e)$
 $= \angle b + \angle c + (\angle d + \angle e)$
 $= \angle a + \angle b + \angle c$



四角形として考えると内角の和は 360°
 $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d = 360^\circ$
 また、 $\angle \chi + \angle d = 360^\circ$
 よって $\angle \chi = \angle a + \angle b + \angle c$



辺の平行線を引く。平行なので同位角・錯角が等しくなり、
 $\angle \chi = \angle a + \angle b + \angle c$

このように多様な求め方がある問題を考えるとき、生徒たちは既習事項に照らし合わせながら、何通りかの求め方を考え出していた。また、先に気づいた生徒が、周りの気づいていない生徒に自分が考えついた求め方を教えている場面や、逆にわからない生徒が気づいた生徒に考え方を聞いて納得している場面が見られ、お互いに教え合おうとする姿勢がうかがえた。

多様な考えをする生徒がいる一方、一つの求め方を考えついて満足している生徒や友達が考えつくことを待ち、聞くだけで考えようとしなない生徒、また、考えついてはいるが、説明に自信がなく、みんなの前での発表をしようとしなない生徒が見られた。

このような実態をふまえて、本単元では、自分の意見を言いやすい場として、まずはグループ内で自分の考えを発表する活動を行った。このようなかかわり合いをもたせることで、一斉授業ではなかなか発言しにくい生徒でもグループでは自分の考えを言いやすく、形式張らないで気軽に話すことができる。

また、わからないところを質問することができたり、他の生徒に教えて学び直しをしたりと、お互いの学びが深まるのではないかと考えた。そしてこの活動を通して、よりたくさんの生徒が自分の考えを豊かに表現し、証明することの大切さや、面白さを感じ取っていただけるようにしたい。

(2) 小学校における図形の学習は、操作的な活動や直観的な取り扱いが中心である。身の回りにある様々なものを「形」「大きさ」「位置関係」という観点からとらえ、具体物を操作して考えてきている。中学校第1学年では、図形についての作図などを直観的な見方や考え方を深めることを中心としながら、論理的に考察し表現する能力を培っていく。第2学年では論証によって図形の性質を調べ、演繹的に考え、新たな性質を見いだす。そして第3学年でも数学的な推論に関する能力を伸ばしていく。このように小中学校の図形領域においては、段階を追って、より論理的に考え、表現する力の育成をめざしている。

図形の証明は演繹的な推論のよさを感じ、わかりやすく表現する能力を養うことをねらいとしている。図形の証明に取り組む中で、小学校から学んできたことをもう一度振り返ったり、新たに学んだことを活用したりして、そのことを根拠にして、筋道をたてて証明することが、表現する力を育てることにつながる。また、日常生活においても自分の考えを他の人にわかりやすく説明できるということになる。

昨年度、本校の研究では四角形の導入において、 5 cm 、 10 cm 、 $5\sqrt{5}\text{ cm}$ の4枚の合同な直角三角形を隙間なく組み合わせて四角形をつくり、それぞれの形を説明していく活動を行った。操作活動を通して三角形から四角形へと図形の見方や考え方を広げていくために適した教材であり、「長方形やひし形、正方形は平行四辺形と言ってよいのか」と新たな疑問をもたせ、平行四辺形の性質へとつなげた教材である。自分で操作する活動であるから形が見えやすくなり、イメージができ、自分の考えをもちやすくなる。それが豊かに考え、表現する力の育成のきっかけとなった。そのことを踏まえて今年度は四角形の導入ではなく、より論理的な場面での利用を考え、平行四辺形になる条件の学習を行った後に、同じ教材を使っているいろいろな平行四辺形をつくる活動をしようと考えた。合同な直角三角形を組み合わせて平行四辺形をつくるので、1つの平行四辺形においても多様な証明方法がある。自分が考えた証明とは違う他の生徒が考えた証明を知ること、その図形を新たな方向から見直して多様な考え方が身につくと考えられる。また、平行四辺形をつくる中で特別な平行四辺形である長方形やひし形、正方形が出てくる。そこで「長方形やひし形、正方形は平行四辺形だろうか」という新たな疑問が湧き、それを確かめるために証明をする必然性が出てくる。そしてそれらを証明していく中で、平行四辺形の包摂関係を生徒自らの力で見つけられるようにしていきたい。

(3) 本単元では、すでに学習した平行線の性質、三角形の合同条件などを基にして、演繹的に考えることによって平行四辺形の性質や条件を考察し、図形についての理解を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を養うことが大切なねらいである。

第1次では、平行四辺形の性質について考える。三角形の合同条件を利用して平行四辺形の定義から、性質を導き出す。平行四辺形の対角線を結び、2つの三角形に分けて証明することや、証明した性質を次の性質の証明に利用することは生徒が学んだことを振り返る中で気づいていけるようにしたい。

第2次の第3時から第5時では、平行四辺形になる条件について考える。性質と混同しないように気をつけ、まず、条件のうち「対角線がそれぞれの中点で交わる時」について、その四角形が平行四辺形といえるかどうかを問う。それを手がかりとして、平行四辺形の性質の逆について考えていく。

本時では、まず、4枚の合同な直角三角形を組み合わせて平行四辺形をつくる活動を行う。各自で直角三角形を操作するが、グループで相談しながら考えることで、見つけにくい生徒もよりたくさんの平行四辺形に触れることができる。このとき、なるべく他のグループが思いつかないような平行四辺形をつくることを伝えて、長方形やひし形、正方形を平行四辺形としてとらえ、つくる生徒が出てくるようにしたい。生徒たちはこのように操作活動・グループでの相談をしながら、平行四辺形かどうか思考・判断していく。そしてグループでつくった平行四辺形をクラスで発表し、どのような平行四辺形をつくったか共有する。

グループの話し合いでひし形を平行四辺形ととらえていない生徒もいるであろう。その生徒にとっては驚きの場面となる。そこでひし形を取り上げて、「ひし形は平行四辺形といってよいのか」と問うこ

とで、本当に平行四辺形なのか、それともひし形なのか証明したくなるのではないかと考える。そして証明し、議論していくうちにひし形と平行四辺形の両方であることに気づく生徒が現れ、生徒自身が包摂関係を説明することで、四角形について探って伝え合う活動にしていきたい。また、平行四辺形だと証明する時、図形の着目するところが違えば平行四辺形になる条件も変わるので、多様な証明が出てくると考えられる。それらの考え方を紹介することも面白い。生徒自身が考えつかなかった証明方法を他の生徒から学ぶこととなる。このとき気をつけることは、「直角三角形を組み合わせたとき直線になっているか」など、本来証明しなくてはならないことをどこまで証明するかである。そのことをきちんと証明したいと考える生徒も出てくる。その生徒にはその証明を考えてもよいことを伝えるが、本来証明して欲しいことは「平行四辺形とってよいか」なので、まずはそのことについて目を向けさせたい。

そして長方形や正方形についても同様に、平行四辺形でもあることを確認して、四角形について探って伝え合う活動にしていきたい。

第3次では、この活動からそれぞれの四角形の定義に立ち返り、包摂関係をまとめていきたい。

3 活動展開計画（全7時間 本時6/7）

次	主な学習内容	時	具体的な学習内容
1	平行四辺形はどんな形だろう？	1 2	・平行四辺形の性質を導き出し、証明する。
2	平行四辺形といえるには？	3 4 5	・平行四辺形になる5つの条件を辺や角に注目して証明し、導き出す。
3	いろいろな四角形	⑥ 7	・いろいろな四角形が平行四辺形といえるか確かめる。 ・四角形の包摂関係をまとめる。

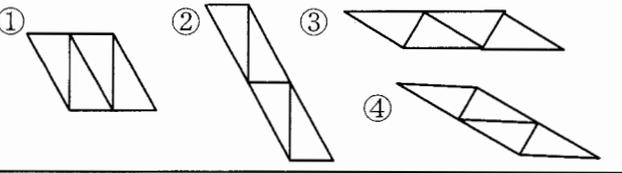
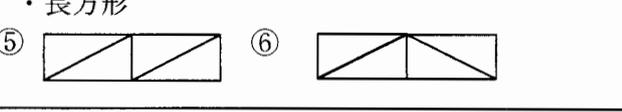
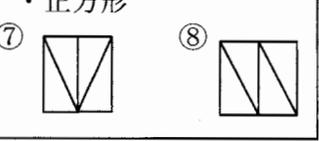
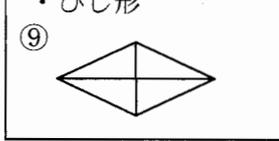
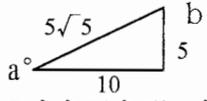
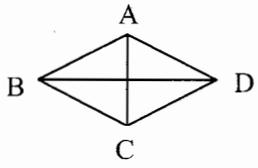
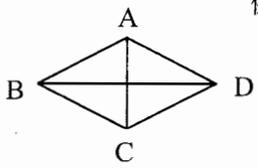
4 評価計画

次	時	数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な表現・処理	数量 図形などについての知識・理解	数学科における思考力・判断力・表現力
1	1 2	平行四辺形の性質を調べ、演繹的に証明しようとしている。	平行四辺形の性質を演繹的に証明している。	平行四辺形の性質をもとにして辺の長さや角度を求めている。	平行四辺形の性質を理解している。	平行四辺形の性質を根拠を明らかにして筋道を立てて証明し、表現している。
2	3 4 5	平行四辺形になるための条件を調べようとしている。	平行四辺形になるための条件を論証しながらとらえている。	辺や角が与えられた四角形が平行四辺形であるか判別している。	平行四辺形になるための条件を理解している。	平行四辺形になるための条件を、根拠を明らかにして筋道を立てて証明し、表現している。また、条件より、平行四辺形かどうか判断している。
3	⑥ 7	四角形の性質に興味をもち、四角形の包摂関係を明らかにしようとしている。	いろいろな四角形の性質やなるための条件を、四角形の包摂関係をとらえてまとめている。	長方形、ひし形、正方形の性質を証明し、ある四角形が、長方形、ひし形、正方形のいずれであるか判断している。	いろいろな四角形の性質やなるための条件を把握し、包摂関係を理解している。	いろいろな四角形が平行四辺形かどうか根拠を明らかにして筋道を立てて証明し、表現している。

5 本時の学習

(1)ねらい 4枚の合同な直角三角形を使って平行四辺形をつくる活動を通して、ひし形は平行四辺形だということに気づき、それを筋道を立てて明らかにすることができる。

(2)展開

学習場面と子どもの取り組み	教師の支援と願い・評価
<p>1. 操作に用いる直角三角形について確認する。</p> <p>2. 4枚の直角三角形を隙間なく組み合わせて、平行四辺形をつくり発表する。</p> <div data-bbox="140 593 778 1093"> <p>・平行四辺形</p>  <p>・長方形</p>  <p>・正方形</p>  <p>・ひし形</p>  </div> <p>・⑨はひし形だ。 ・自分たちがつくっていない形だ。</p> <p>3. つくった四角形が平行四辺形かどうか考える。</p>	<p>・直角三角形の実物を見せて、直角をはさむ2辺の長さを伝える。</p>  <p>・5cm, 10cm, $5\sqrt{5}$cmの直角三角形4枚とワークシートを配布する。</p> <p>・グループになり、直角三角形をいろいろ操作してたくさんの平行四辺形をつくるように伝える。</p> <p>・つくった図形をワークシートに記入するように指示する。</p> <p>・各グループでつくった平行四辺形を発表させて、どんな平行四辺形を考えたか紹介する。</p> <p>・⑨は見方によって、平行四辺形に一番見えやすいので、⑨を取りあげる。</p> <p>・⑨の図形が平行四辺形だと気づいていない生徒の疑問を取りあげ、平行四辺形とってよいか投げかける。</p>
<p>⑨の図形は、平行四辺形とってよいか証明しよう</p>	
<p>・ひし形だと考えた生徒</p>  <p>4つの合同な直角三角形なので、4つの辺の長さがそれぞれ等しいからひし形だ。</p> <p>・平行四辺形だと考えた生徒</p>  <p>例 4つの合同な直角三角形なので $AD=BC\cdots①$ $AB=DC\cdots②$</p> <p>①, ②より 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しいので平行四辺形といえる。</p> <p>・ひし形と平行四辺形の両方だと考えた生徒 ひし形だけど平行四辺形になる条件にもあてはまるからどちらともいえる。</p> <p>4. ふりかえりノートを書く。</p>	<p>・誰もがわかるように伝えるためには、どうすればよいか問うことで、証明の意義を感じさせるようにする。</p> <p>・グループでどちらだと思いか相談して証明するように、自分の言葉で表現するように伝える。</p> <div data-bbox="805 1624 1433 1870" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>評価の観点(思考力・判断力・表現力)</p> <p>つくった平行四辺形で、ひし形は平行四辺形かどうか根拠を明らかにして筋道を立てて証明し、表現している。</p> <p>【評価方法 発表, ワークシート】</p> </div> <p>・平行四辺形とひし形が結びついていることを生徒の言葉でまとめる。</p>