

# 中学2年2組 数学科学習指導案

指導者 大谷由香

くじの公平性などすぐには判断がつかないような事象を取り上げ、確率を根拠として説明し伝え合う活動をさせたことは、確率のよさに気づき、思考力・判断力・表現力を高め合うことに有効であったか

## 1 単元名 確率 ～くじは引く順番によってあたりやすさに違いがあるか～

### 2 授業の構想

(1) 生徒は、2年生最初の単元として「式の計算」の学習をした後に、『カレンダーの規則性』を教材として、数の並びについて、どの場所でも成り立つ性質を探し、予想し、文字を使って説明する活動を行った。生徒は、数を3数、4数、5数と増やしたり、形を縦、横、斜め、四角にしたり、自分で具体的な数字を使って予想したことに対して、文字を使って説明し、自分のことばでレポートにまとめることができた。その後、班のなかで友だちのレポートを見合う場面を設定し、一人では気づかなかった新しい視点の考え方を知る機会を与えた。ふりかえりでは、「数を文字に置き換えるだけで、いろいろな数に対応でき、わかりやすい」、「文字式を使って説明するのはすごく論理的でスカッとしました」など、文字を用いた式を使って一般的に説明することの有用性と意味を感じた生徒が多かった。また、友だちのレポートを見て、「同じ性質を説明しているのに、何を文字で置くかによって計算や式の変形が変わっている」、「最後の変形のところを変えると、ちがうことがいえる」など、目的に応じて文字の置き方や式の変形をすることのよさを感じた生徒がいた。

このように既習の数学を基にして、数の性質を見だし、事象を数理的に考察し表現する活動

を取り入れた授業を通して、生徒は学習活動に興味をもち意欲的に参加することができた。上記のレポートのように自分の考えを追求することができる生徒がいる一方、文字を用いること自体に抵抗を感じている生徒もいる。また、レポートとして書くことはできるが、それを発表すること、友だちの考えを聞いてさらに考えを発展することを苦手としている生徒は多い。そのため、数学を活用して考えたり判断したりする活動に重点をおき、言葉、数、式、図、表、グラフなどを用いて論理的に考えたり、筋道を立てて説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりする活動を意図的に設定していく必要がある。

このような実態をふまえ、本単元では「確率」の学習を通して、自分で見いだした事象や事実、方法や手順、事柄が成り立つ理由などを表現することや友だちの考えを解釈することを意識させていきたい。学習の中から生まれてきた「問い」に対して、自分の考えをしっかりとつことができる場面、あるいは班や学級全体でのかかわり合いからさらに思考する場面を取り入れながら授業を構想していきたい。

【問題】  
カレンダーの数の並びについて、どの場所でも成り立つ性質を見つけましょう。

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

＜計算＞

$$\begin{aligned} 9+10+16+20+23 &= 80 \\ 12+13+19+25+26 &= 95 \\ 17+22+24+30+31 &= 120 \end{aligned}$$

→5の倍数になる

＜予想した性質＞

縦に3つ並んだ数と、その真ん中にある数(交わるように並んだ)右上がり3つの数の総和は、5の倍数になる。

＜説明＞

交わった数を  $n$  とすると、その上の数は  $n-7$ 、 $n-6$ 、その下の数は  $n+6$ 、 $n+7$  と表せる。このとき、5数の和は、

$$\begin{aligned} (n-7) + (n-6) + n + (n+6) + (n+7) \\ = n-7 + n-6 + n + n+6 + n+7 \\ = 5n \end{aligned}$$

$n$  は自然数なので、 $5 \times$  自然数は5の倍数である。よって、これは5の倍数である。

【感想】

ほかにも、普段使っているカレンダーにも、数字は1～31までの範囲で、水曜日から日曜日までは50～100まで、13個ずつかき足す。もっとおもしろい事が分かるのではないかと、これから数学に関することを調べていきたいです。

＜感想＞

算数中の数の5倍は、5の倍数とも表すことができると、同じような条件でも、色々な性質を見つけられることがとても楽しかったです。説明は、他の人が読んで分かるようにしたいけれど、難しいけれど、自分の予想と、文字を使って確かめることで、その考えが正しいかどうかわかると、いいなと思いました。

(2) 数学の授業では、確定した事象を取り扱うことが多い。しかし、我々の日常生活においては、不確定な事象について判断しなければならないことが少なくない。急速に発展しつつある情報化社会においては、確定的な答えを導くことが困難な事柄についても、目的に応じて資料を収集して処理し、その傾向を読み取って判断することが求められている。

小学校算数科では、目的に応じて資料を集めて分類整理し、表やグラフの表し方や読み方について学習する。第5学年では、測定値の平均や百分率について、目的に応じて表やグラフを選び、活用することを学んでいる。また、中学第1学年では、目的に応じて資料を収集し、表やグラフに整理し、代表値や資料の散らばりに着目してその資料の傾向を読み取ること、中学第2学年では、不確定な事象についての観察や実験などの活動を通して、確率について理解し、それをを用いて考察し表現すること、中学第3学年では、母集団から標本を取り出し、標本の傾向を調べることで、母集団の傾向が読み取れることを学習する。

単元を通して、不確定な事象についての観察や実験などの活動を通して、確率について理解し、それをを用いて考察し表現することができるようにすることをねらいとする。そのなかで、確率の求め方を習得することだけを目的とするのではなく、不確定な事象に関する問題解決を重視し、生徒が確率を根拠として説明できることを大切にしたい。そのために、場合の数や樹形図といった既習事項を元に課題に取り組み、その取り組みや結果を説明し合い、考えを深めるような活動を行う。また、確率を用いて不確定な事象をとらえ、説明することを通して、「必ず～になる」とは言い切れない事柄についても、数を用いて考えたり判断したりすることができることを理解し、数学と実生活や社会とのつながりを実感できるよう工夫していきたいと考えている。

(3) 第1次では、起こりうる場合を順序よく整理するために、樹形図や二次元の表などを利用して、場合の数を考察していく。

第2次では、不確定な事象のうち、確率が予想できる事象と予想できない事象で確率を考えるために、身近な事象(硬貨、サイコロ、くじ、画鋏など)で実際に試行して統計的確率を求める活動を行う。班で課題を設定し、実験や観察を行い、その結果や考察について話し合う場面を設定する。求めたデータから算出された統計的確率と計算上で明らかになった数学的確率とを比較することで、自分の経験を数学的に実感できるように取り組ませる。

第3次では、いろいろな確率の求め方を学習していく。さいころや硬貨、玉など考えやすい事象で確率の求め方について、樹形図や表を使って考えていくことを大切にしたい。また、乗法などの計算を使って求める生徒の考えを取り上げ、その考え方を説明させる場面を取り入れることで、確率のよさをより実感できる場としていきたい。

第4次(本時)では、「くじは引く順番によってあたりやすさに違いがあるか」という課題を取り上げ、確率を用いてくじの公平性について考えていく。まず、実際にくじを用意し、引いたくじを元にもどさないことやくじが同様に確からしいことを確認しながら、自分なら何番目に引くかを考える。「1番初めに引きたい」、「残りものには福があるから最後に引く」などとそれぞれの考えを発表するなかで、生徒が「くじは引く順番によってあたりやすさに違いはあるのか」という問いをもち、確率を用いて説明することができるようにしたい。また、その過程において自分なりの根拠を明らかにして筋道を立てて説明し伝え合う活動を取り入れる。くじの総数とあたりの数の割合で有利さが変わると考える生徒がいるため、班ごとにくじの総数とあたりの数を決め、それぞれの班でその説明を考える場面を設定する。その際、くじを引く人数は3人とする。それは、最初、最後に加え、真ん中を作ることができる最小の数のためであるが、人数の変化に注目する生徒がいれば自由に考えさせたい。1通りの場合で結論を出している班には、「あたりのくじが増えて(減って)もいえるかな」と投げかけ、「他の場合はどうなるだろう」といった新たな問いに向かっていくようにしていきたい。このように、様々な数で考える必要があることを意識させ、生徒の考えをつないでいく。また、最初は総数を多く設定したが、説明が困難なことに気づき、単純化しようとする考えも大切にしたい。学級全体での学び合いでは、数学的な表現となる樹形図や式などを用いて説明した自分の意見や、友だちの考えを聞き様々な考えを比較することにより、「どんな説明なら納得できたか」、「そのように判断してよいのか」などを視点にあてて思考を

深める。伝え合う活動から、思考の過程や判断の根拠などを数学的に表現することや数学的に表現されたものを解釈することの適切さ、見出したことの正しさや妥当性をその根拠を明らかにして説明することの必要性が明確になる。終末には、くじを「最初に引きたい」、「後がよい」などと考えた人がいたのはなぜか、引いた人からくじを見た場合と見ない場合ではあたりやすさが違ってくるのかなど、生徒からの問いを取り上げ、学級全体で議論する。そのなかで、くじ引きのルールを明確にすることの重要性、ルールを変更すると判断が変わることもあることに気づかせたい。また、くじを引く順番で有利不利を感じた経験をあげさせる。席順やリレーのコース設定、福引き抽選など、確率に基づいて判断する際に、心理的な影響を完全に排除することは難しいことや、同じ確率の値だったとしても、場面に応じて判断が異なってくることに目を向けさせたい。

### 3 展開計画（全9時間 本時 9/9）

次	主な活動	時	具体的な学習・内容（◇印は、学級全体の学び合いの場面）
1	数え方のくふう	1 2	・具体的な場面で、起こり得る順番や組み合わせにはどんな場面があるかを知る。 ・起こりうる場合を順序よく整理するために、樹形図や表などを利用して、場合の数を考察する。
2	確率の意味	3 4	・身近な課題を設定し、確率実験を行い、確率の意味を考える。 ◇実験の結果について話し合う活動を通して、確率の意味に気づく。
3	確率の求め方	5 6 7 8	・同様に確からしいときの確率の求め方と確率の範囲を知り、簡単な場合の数の求め方を考える。 ・さいころの性質を調べることを通して確率に関心をもち、表や樹形図を使って起こり得る場合を順序よく整理する方法を見つける。 ・既習事項を使って確率を求める。 ・「あることがらが起こらない確率」を考えることにより、確率の意味を深める。
4	確率の利用	⑨	◇日常生活のなかにある「くじ引き」を、確率を用いて説明することによって、確率のよさを味わう。

### 4 「学び合い」による思考力・判断力・表現力の評価

次	時	学習活動	学習活動における具体的な評価規準	評価資料	評価基準		
					A	B	C
2	4	◇実験の結果について話し合う活動を通して、確率の意味に気づく。	複数の実験の結果から傾向を読み取り、確率の意味を考えたり表現したりしている。	レポート 発言 ふりかえり	実験結果から傾向を読み取り、確率の意味を考えようとしている。	実験結果をもとにして、確率の意味を考えようとしている。	実験結果をもとにして、確率の意味を考えようとしていない。
4	⑨	◇日常生活のなかにある「くじ引き」を、確率を用いて説明することによって、確率のよさを味わう。	説明し伝え合う活動を通して、他者の考えと関わらせながら確率を用いて考えたり表現したりしている。	ワークシート 類題 ふりかえり	くじの公平性について、他者の考えと比較し、確率を用いて新たな考えを生み出したり、よりわかりやすく自分の考えを説明したりしている。	くじの公平性について、他者の考えと比較し、確率を用いて自分の考えを説明している。	くじの公平性について確率を用いて説明するとき、他者の考えと自分の考えを比較して考えることができない。

### 5 本時の学習

- (1) ねらい ・「くじは引く順番によってあたりやすさに違いがあるか」を確率を用いて説明することによって、確率のよさを味わうことができる。  
・伝え合う活動を通して、自分の考えと他者の考えを比較することができる。

(2) 展開

学習場面と子どもの取り組み	教師の支援と願い・評価 (◎は学び合いのためのはたらきかけ)
<p>1. 本時の課題を知り、各自予想を立てる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;">くじは引く順番によって、あたりやすさに違いがあるか考えよう。</div> <ul style="list-style-type: none"> <li>・先が得 (必ず当たりがあるから先がよい)</li> <li>・後が得 (残りものには福がある)</li> <li>・真ん中くらいで引きたい。</li> <li>・いつ引いても変わらない。</li> <li>・当たりが多かったら先がよい。</li> <li>・あたりとはずれの数によって変わる。</li> </ul> <p>2. 班で課題を設定し、説明を考える。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin: 10px 0;">○本のうち、□本のあたりがはいっているくじを3人で引くときはどうなるか。くじを引く順番によって、あたりやすさに違いはあるか。</div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="width: 45%;"> <p>&lt; 3本中1本があたり &gt;</p> <p>Aさん Bさん Cさん</p> <p>① 2 — 3 3 — 2</p> <p>2 ① — 3 3 — ①</p> <p>3 ① — 2 2 — ①</p> <p>Aさん Bさん Cさん <math>\frac{2}{6} = \frac{1}{3}</math>   <math>\frac{2}{6} = \frac{1}{3}</math>   <math>\frac{2}{6} = \frac{1}{3}</math></p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>&lt; 3本中1本があたり &gt;</p> <p>Aさん Bさん Cさん</p> <p>①</p> <p>② ① — ① 3 — ①</p> <p>3 ① — ① ② — ①</p> <p>Aさん Bさん Cさん <math>\frac{1}{3}</math>   <math>\frac{2}{4} = \frac{1}{2}</math>   <math>\frac{2}{2} = 1</math></p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="width: 45%;"> <p>&lt; 3本中2本があたり &gt;</p> <p>Aさん Bさん Cさん</p> <p>① ② — ③ ③ — ②</p> <p>② ① — ③ ③ — ①</p> <p>3 ① — ② ② — ①</p> <p>Aさん Bさん Cさん <math>\frac{4}{6} = \frac{2}{3}</math>   <math>\frac{4}{6} = \frac{2}{3}</math>   <math>\frac{4}{6} = \frac{2}{3}</math></p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>&lt; 3本中2本があたり &gt;</p> <p>○</p> <p><math>\frac{1}{3}</math> ○ <math>\frac{0}{1}</math> 0 <math>\times \frac{1}{1}</math> <math>\frac{2}{6}</math> AさんとBさんがあたる</p> <p><math>\frac{1}{3}</math> ○ <math>\frac{1}{1}</math> <math>\frac{2}{6}</math> AさんとCさんがあたる</p> <p><math>\times \frac{0}{1}</math> <math>\frac{0}{6}</math> 0</p> <p><math>\frac{2}{3}</math> ○ <math>\frac{1}{1}</math> <math>\frac{0}{6}</math> BさんとCさんがあたる</p> <p><math>\times \frac{0}{1}</math> 0</p> <p><math>\times \frac{0}{1}</math> 0</p> </div> </div> <p>○説明を発表し、学級で共有する。</p> <p>○発表から、くじは引く順番によって、あたりやすさに違いがあるか、学級全体で議論する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・樹形図からいつ引いてもあたりやすさに違いがないことがいえる。</li> <li>・(あたりの数) ÷ (くじの総数) で確率が出る。</li> <li>・一般化できないから本当に違いがないとは言えない。</li> </ul> <p>3. 本時の学習内容をふりかえり、類題を解く。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・くじ引きが公平なことを説明するのに、確率を使うと納得ができる。</li> <li>・確率的にくじ引きが公平なことはわかったけど、やっぱりくじ引きは最初に引きたいと思う。</li> </ul>	<p>・実際にくじを用意し、引いたくじを元に戻さないことやくじ引きが同様に確からしいことを確認する。</p> <p>◎実際にくじ引きを行うことで身近な問題としてとらえ、自分ならいつ引くかを考え、「くじは引く順番によってあたりやすさに違いはあるのか」という問いを大切に、本時の課題を設定していきたい。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・人数は3人と固定し、班でくじの総数とあたりのくじの数を決めてよいことを確認する。</li> <li>・どんなことがいえれば本当にいえるのか、図や言葉を使って説明できるようにうながす。</li> <li>・まずは個人で考え、それをもとに班で考える。</li> </ul> <p>◎1つの場合を説明できた班には、「他の場合はどうなるだろう」と投げかける。</p> <p>◎友だちが納得できるように、確率の考えを樹形図や式、言葉で説明ができるように指示する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・お互いに違うところや同じところを確認し合い、よりわかりやすい説明を考えるようにうながす。</li> </ul> <p>・くじの数が少ないものから順に発表させる。</p> <p>◎説明を聞きながら、「どんな説明が納得できたか」、「そのように判断してよいのか」などに視点にあてて思考を深めさせる。</p> <p>◎引いたくじを見た場合と見ない場合であたりやすさに違いがあるのかなどの疑問や、くじ引きを「最初に引きたい」、「後がよい」などと思う人がいるのはなぜかなどを取り上げ、学級全体で議論となるようにうながす。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 20px;"> <p>— 評価の観点 (数学的な見方や考え方) —</p> <p>説明し伝え合う活動を通して、他者の考えと関わらせながら確率を用いて考えたり表現したりしている。</p> <p>【評価方法 ワークシート・類題・ふりかえり】</p> <p>支援 自分の考えと友だちの考えを比較しながら、複数の場合を一緒に考える。</p> </div>