

# 中学3年3組 数学科学習指導案

指導者 大谷由香

生活の中で使っている規格紙の秘密を探る活動を設定したことは、数学的な思考を用いて課題を解決し、 $1:\sqrt{2}$ の有用性を追求していこうとする姿を生み出すのに有効であったか。

## 1 単元名 長方形の秘密を探ろう ～平方根の利用～

### 2 単元のねらい

正の数の平方根の必要性と意味を理解し、数の概念の理解をいっそう深めるとともに、数を用いてものごとを広く、深く考察したり、処理したりすることができる。さらに、具体的な場面で処理した結果を基にして、数量やその関係について考えることができる。

### 3 授業の構想

(1) 2年生での「図形の調べ方」の単元を終えた後、「 $l // m$ のとき $\angle c$ の大きさを求めよう」という問題に取り組んだ(図1)。その後、「条件を変えたら、 $\angle c$ の大きさはどうなるだろう」と問いかけ、それを課題として設定した。生徒Aは、「平行な2直線の内側に1つの点P」から「平行→平行でない、1点→2点、内側→外側」と条件を変えて考察する際に、闇雲に条件を変えるのではなく自分の考えをまず表に整理した(図2)。ここから、生徒が見通しをもって考えようとしている姿が見える。

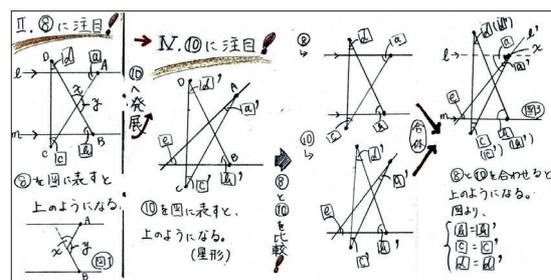


図3

また、平行の時に見付けた性質が平行でない時にもいえないか、比較しながら考え、解決しようとしている(図3)。レポートのまとめでは「条件を変えても、似ている所があったのでそれを使って考えることができました。(…中略…) 2点が外側にあってもそれをクロスさせるかさせないかによって結果が変わることが不思議。それは $\angle a$ や $\angle b$ の大きさに関係があるのかなと思いました」と振り返っている。この姿こそ、本学校園算数・数学科が目指している一人一人が問いをもち追求する姿の一つであると考え。さらにこれまでの学びをいかし、問題から新たな問いを見付け、解決を繰り返す姿を期待したい。

(2) 生徒は、電卓などにある $\sqrt{\quad}$ キーを目にし、「どんなときに使われるのか」と疑問に思ったり、「面積が2の正方形の1辺の長さはどうやって表すことができるか」と不思議に感じたりしている。このような「どうしてだろう」「解決してみたい」などの生徒から生まれた問いを大切に扱っていく。 $\sqrt{\quad}$ を単なる記号としてとらえるのではなく、実在する数量としてとらえ、負の数の拡張の考えを基に、新しい数の必要性を感じることができるよう単元構成をする。それにより、これまで十分に表し得なかった数を簡潔・明瞭に表現できることに喜びを感じ、平方根の知識や技能を用いて解決できるようになる。例えば、正方形の面積から1辺の長さを探る活動を取り入れることにより、根号のついた数が長さとして存在することを実感し、根号のついた数の特徴やよさをとらえる力を身に付けることができる。さらに、生徒は「根号のついた数はどれくらいの大きさか」「根号のついた数の四則計算はどうやってするのか」など自ら問いをもち追求するようになるであろう。また、生活の中で使っている規格紙の秘密を探る活動を行い、「コピー機の倍率はどうやって決まっているのか」「規格紙が使われているのはなぜか」

などの生徒の問いから、問題を解決するために必要な課題を設定する。生徒は数学的な思考を用いながら「2辺の比が $1:\sqrt{2}$ になっている」「規格紙は相似の関係である」ことなどを解決していこう。また、規格紙の秘密を数学的な思考を用いて追求する中で、新たな問いが生まれ数学のよさに気づき、いかしていこう、さらに発展させていこうとする力を伸ばすことができる。単元を通して、生徒が平方根に潜む謎、不思議さ、必要性、美しさ、追求の喜びなどを感じ、自ら問いをもてるようにする。その問いや解決したことに対する生徒の考え方を学級全体で共有し、授業を構成していきたい。

(3) 本単元の展開に当たっては、まずは平方根の必要性和意味を、できるだけ身近な事象と関連付けて理解することができるようにしていく。第1次では、正方形の面積から1辺の長さを探る活動を行う。「2乗して2になる数はどんな数か」の問いから、「今までの数とは違う数」「円周率のような数」など、自分なりに平方根をとらえ、その中で新しい数の必要性を感じる姿を大切にしていきたい。また大小関係を比較する場面では、おおよその値や互いの数を平方して比較する考え方の他に、長さで二つの数を表現し、平方根を実際の長さとして視覚的に扱うことも大切にする。このように、既習事項を利用して、図での表現と式での表現のそれぞれのよさを意図的に取り入れたい。第4次では、規格紙の秘密を探る活動を行う。導入で「コピー機でB5用紙をB4用紙に拡大するには、倍率を何倍にすればよいか」という問題に出会い、「何で2倍なのに200%にならないのか」「141%は0.41と似ているけど関係はあるのかな」などの問いをもつであろう。そこで、生徒が面積比や拡大縮小の関係に注目できるように「B5用紙をB4用紙に拡大するのに141%でうまくいくのはなぜだろう」という課題を設定する。実測で関係を探ったり、第1次で扱った正方形の面積の考え方を使ったりして解決していく。さらに、B5とB4が相似の関係になっていることに気づき、生活で使っているノートや教科書、新聞や雑誌などの規格紙サイズであるものを見付ける活動を行う。

本時では、「B4用紙にはどんな秘密があるだろうか」という問題を基に考えていく。B4用紙に加え、B4用紙の短辺を1辺とする正方形の紙を与えることで、B4用紙の2辺に注目できるようにする。前時の学習や正方形の対角線とB4用紙と比べることにより、生徒は「B4用紙の2辺の比が $1:\sqrt{2}$ になっていること」に気付くだろう。そこで教師から「本当にいえるのか」と問いかけ、「B4用紙の2辺の比が $1:\sqrt{2}$ になっていることを説明しよう」と課題を設定し、生徒は数学的な思考を用いて解決していく。それにより、「A4用紙はどうなっているのだろう」「B版はどうやって決められているのだろう」と、新たな問いをもち解決しようとする姿を期待したい。

#### 4 展開計画 (全14時間 本時13/14)

次	主な学習	時	具体的な学習・内容
1	2乗するとaになる数について学ぼう。 ・2乗すると2になる数 ・正の平方根の必要性和意味 ・平方根の近似値 ・平方根の大小関係	1  2  3	・いろいろな正方形をかき、その面積と1辺の長さを求めることで、これまでに学んでいない数があることに気付く。 ・面積2の正方形の1辺の長さを数の近似値を区間縮小法で調べていくことで、2乗して2や3になる数は無限に続く小数であることを知る。 ・根号 $\sqrt{\quad}$ を用いて表すことを知る。 ・平方数から $\sqrt{5}$ の近似値を求める。 ・電卓を使って近似値を求める。 ・3.5, $\sqrt{3}$ , $\sqrt{6}$ を小さい順に並べることができないか考える。
2	有理数と無理数について学ぼう。	4 5	・有理数と無理数を用いて、これまで学んできたいろいろな数をまとめる。 ・ $\sqrt{2}$ が無理数であることの証明を考える。
3	根号をふくむ式の計算をしよう。 ・根号をふくむ式の乗法・除法 ・根号をふくむいろいろな式の計算	6 7 8 9 10 11	・平方根の乗法や平方根を $a\sqrt{b}$ の形で表すことを知る。 ・平方根の除法や分数や小数の平方根の変形を知る。 ・平方根のいろいろな乗法、除法の計算の仕方を考える。 ・平方根の乗法、除法を使って、平方根の近似値を求めることを考える。 ・平方根の加法、減法計算の仕方を考える。 ・平方根をふくむいろいろな計算問題を解く。

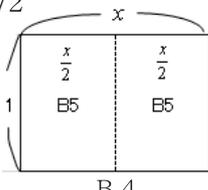
4	長方形の秘密を探ろう。	12 ⑬ 14	<ul style="list-style-type: none"> <li>・コピー機でB5をB4に拡大するには、倍率を何%にすればよいかを考える。</li> <li>・B4用紙の2辺の比が<math>1:\sqrt{2}</math>になっていることを説明する方法を考え、規格紙の秘密を追求する。</li> <li>・規格紙の秘密を、レポートにまとめる。</li> </ul>
---	-------------	---------------	--

## 5 本時の学習

### (1) ねらい

B4用紙の2辺の比が $1:\sqrt{2}$ になっていることを、根拠を明らかにして道筋を立てて証明することができる。

### (2) 展開

学習場面と子どもの取組	教師の支援と願い・評価
<p>1. 問題「B4用紙にはどんな秘密があるだろうか」について考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・B5用紙の2枚分。</li> <li>・B5用紙の141%。</li> <li>・<math>364 \div 257 = 1.4163\dots</math>だから、長辺は短辺の約1.4倍。</li> <li>・<math>257 : 364 = 1 : 1.41 = 1 : \sqrt{2}</math>。</li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p>B4用紙の2辺の比が<math>1:\sqrt{2}</math>になっていることを証明しよう。</p> </div> <p>2. B4用紙の2辺の比が<math>1:\sqrt{2}</math>になっていることの説明を考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・B4用紙の短辺を1辺とする正方形の対角線とB4用紙の長辺が同じ長さだから、<math>1:\sqrt{2}</math>。</li> <li>・B4用紙を折り曲げ、正方形を作り、その1辺の長さとして正方形の対角線の比より、<math>1:\sqrt{2}</math>。</li> </ul> <p>・<math>1:x = \frac{x}{2} : 1 \quad \frac{x^2}{2} = 1 \quad x = \pm\sqrt{2}</math></p> <p><math>x &gt; 0</math>より<math>x = \sqrt{2}</math></p> <p>B4の縦と横<math>= 1:\sqrt{2}</math></p>  <p>・B5の縦と横<math>= 1:\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{\sqrt{2}}:1 = \sqrt{2}:1</math></p> <p>B5もB4も縦と横の比は<math>1:\sqrt{2}</math></p> <p>3. 新たな問いをもち、追求する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・A4用紙どうなっているのだろうか。</li> <li>・B版はどうやって決められているのだろうか。</li> <li>・B〇の数字を変えると、どんな風に用紙の大きさは変わっていくのか。</li> <li>・なぜ、<math>1:\sqrt{2}</math>になっているのだろうか。</li> <li>・B版とA版の違いは何か。</li> </ul> <p>4. ふりかえりをかく。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・前時の学習を振り返り、本時はB4用紙の規格について追求することを明確にする。</li> <li>・実測値やB4用紙と正方形の対角線を比べる中で、2辺の比が<math>1:\sqrt{2}</math>になっていることに気付けるようにする。</li> <li>・<math>1:\sqrt{2}</math>の関係は「本当にいえるのか」と問いかけ、生徒の問いとなるようにする。</li> </ul> <p>「なぜそうなるのか」と問いかけることで、<math>1:\sqrt{2}</math>になっているのか根拠が説明できるようにする。</p> <p>「B4を半分に折るとB5になること」や「B5とB4の関係が相似になっていること」に注目できるようにする。</p> <p>B4の用紙と、B4用紙の短辺を1辺とする正方形を配布し、B4用紙の2辺に注目できるようにする。</p> <p>B5とB4の規格の関係を明らかにすることで、比例式を用いて、B5、B4の縦横比についても求めることができることに気付けるようにする。</p> <p>「B5の2辺の比はどうなっているのか」と問いかけることで、新たな問いが生まれるようにはたらきかける。</p> <p>a:bと二つ使う生徒に対しては、「基準は何か」と問い、aを1と置くことができるようにする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p style="text-align: center;">評価の観点（数学的な見方や考え方）</p> <p>B4用紙の2辺の比が<math>1:\sqrt{2}</math>になっていることを、根拠を明らかにして道筋を立てて証明することができる。</p> <p style="text-align: right;">【評価方法 発言・ワークシート】</p> <p><b>支援</b></p> <p>B5やB4を比べ、対応する辺の長さに着目するように助言する。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>・個人でもっている問いを学級全体で共有し、問いが広がるようにする。</li> <li>・自分もった問いを追求する過程や解決後に、さらに新たな問いや疑問をもち、追求できるようにする。</li> </ul>

### (3) 本時で目指す子どもの姿

◎規格紙の特徴を見付け、2辺の比が $1:\sqrt{2}$ になっていることを、根拠を明らかにし筋道を立てて説明する姿

◎規格紙の秘密について、自分で新たな問いを見付けようとする姿