

中学1年3組 数学科学習指導案

指導者 大谷 由香

【本時でめざす子どもの姿】

正多面体の面の形や数，辺や頂点の数に着目し，分類・整理しながら，正多面体が5種類しかないことを他者に分かりやすく説明する姿

【具体的な手立て】

ジオフィクスを使い，自分の作った模型を多面体のもつ様々な特徴で分類・整理する活動を行う。正三角形と正方形の2種類に限定して作った多面体に出会わせることで，図形のもつ性質に着目できるようにする。また，前時に立方体の展開図の学習を行い，それを根拠に1つの頂点に集まる面の形や数，辺や頂点の数に着目し，説明できるようにする。「他の形からは正多面体は作れないか」「なぜ5種類しかないのか」など授業の中で生まれた問いや予想を共有し，ジオフィクスを使いながら根拠を明らかにして伝え合う活動を行う。

1 単元名 正多面体の秘密を探ろう ー空間図形ー

2 単元のねらい

観察，操作や実験などの活動を通して，空間図形を直線や平面図形から構成されているものにとらえ，空間図形の性質について論理的に考察する能力を伸ばす。

3 授業の構想

(1) 文字の式の学習後に「基石の総数」を題材に課題学習に取り組んだ。実際に基石を使って正三角形の形に並べ，そのときの基石の総数を求めていく活動を行った。正三角形の1辺となる部分の基石の数を3個，4個，・・・と変えていくと，

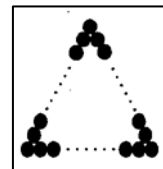


図1

基石の総数が規則的に変化していくことに着目し，「1辺に並べた基石の数と総数にはどんな関係があるのか」という問いが生まれた。そこで「正三角形の1辺に n 個の基石を並べたときの基石の総数を求めよう」という課題を設定した(図1)。授業のねらいに迫るために，「その $(n-1)$ は何を表しているのか」と問いかけ，図と式を関連させながら説明するように促した。多様な考え方が発表された後，「似ている考え方はあるか」と問いかけると，生徒たちは式の形や基石の図の囲み方などの特徴をもとに分類していった。「 n が1つしかないので代入して確かめやすい」「図に重なりがないのでわかりやすい」など価値付けする活動につながった。その中で，「 $1+2(n-2)+n$ の式は同じだけど囲み方が違うのはなぜか」という生徒の発言から，その

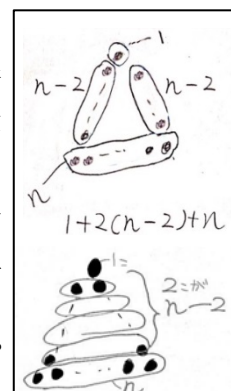


図2

式と図に注目した(図2)。式の $2(n-2)$ の部分の表している意味の違いやどちらの囲み方が美しいかなどを議論し，式のもつ意味を考えるきっかけになった。授業のふりかえりでは，「同じ式でも違う考え方があったので面白かったです。正三角形の考え方が正方形や正五角形でも使えるのかやってみたいです」とあり，その後の課題として，正三角形と正方形を組み合わせさせて並べたとき(家の形)の基石の総数を求めるレポート作成を行った。このような姿こそ，本学校園算数・数学科が考える問いをもち，主体的に追求する姿の一つだと考える。本単元で

も、正多面体の面の形や数、辺や頂点の数に着目し、分類・整理しながら、正多面体が5種類しかないことを他者に分かりやすく説明する姿を期待したい。

(2) 本単元では、観察、操作や実験などの活動を通して、図形についての直観的な見方や考え方を深めることを中心にしながら、論理的に考察し表現する能力を培っていく。小学校算数科において、身近な立体について観察したり、図形の構成要素に着目して分類したりする活動などを通して、立体図形についての理解を深めてきている。これらの学習の上に立って、小学校算数科で立体図形として扱っていた対象を中学校数学科では、空間における線や面の一部を組み合わせた空間図形として扱うことを意識していく。

第1次では、まず生活の中にある立体を探す活動を行う。箱、水筒、ボール、鉛筆、クラッカーなど実際にその具体物を持ち寄り、特徴により分類・整理していく。

第2次では、模型の構造に着目して授業を展開していく。直線や平面の位置関係を決定するための条件や、回転体や投影図など、生活の中にある具体物を用いて説明する活動を行う。

第3次では、正多面体の秘密を探る活動を行う。実際に自分の手で模型を作るための教具としてジオフィクス(図3)を用いる。

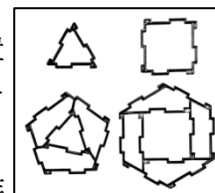


図3

第3次9時では、立方体の展開図について扱う。ジオフィクスの模型を崩し展開図のように開く活動を行うことで、様々な展開図ができる。自分と友達の展開図が違うことから、「立方体の展開図は何種類あるのだろうか」という問いが生まれる。これを学級全体で共有し、課題とする。追求する場面では、「他にはないのか」と問いかけ、たくさん見付けるように促していきたい。また手際よく、重なりや不足のないように展開図を見付けることができるように「展開図にきまりはないのか」と問いかけ、ずらす、回す、裏返すなどの既習事項を使って、展開図が11種類しかないことを説明する姿を期待したい。ふりかえりでは「正方形以外のピースで多面体を作り展開図を考えてみたい」「立方体のような多面体は他にもあるのか」などの生徒自ら解決したい願いや問いを取り上げていきたい。

第3次10時では、正三角形と正方形のジオフィクスを使って多面体を作る活動を行う。正多面体の定義には触れず、「同じ形のピースだけを使って多面体を作ろう」と投げかけ、まずは自由に作る時間を保障する。正三角形と正方形の2種類に限定して作った多面体に出会わせることで、図形のもつ性質に着目できるようにする。また、作る活動の中で生徒が「この多面体の名前は何か」「この多面体は同じ仲間なのか」など生徒の問いが焦点化できると考える。

第3次11時(本時)では、前時にもった生徒それぞれの問いを共有し、正多面体の定義を確認する。前時に作った多面体を定義に基づいて正多面体かどうか分類していく。授業はグループで自分たちの作った多面体を観察したり、ジオフィクスを操作したり、さらに正多面体を作ったりしながら進める。個人で考えたり、それを友達に伝えたり、気づきを共有したり、ジオフィクスを使って複数で確認したりすることでができるのでグループで行うことは有効であると考え。「他には正多面体はないのか」という生徒の問いから、「正多面体は何種類あるのか考えよう」という課題を設定する。授業のねらいに迫っていくために、まず「正方形からは立方体しかできないのか」と問いかけ、生徒の思考に方向性を与える。立方体の展開図の学習(前時)を根拠に、1つの頂点に集まる面の数や角度などを使って、正多面体が正方形からは立方体しかできないことを説明していく。これをきっかけに正多面体の面の形や数、辺や頂点の数に着目できるようにする。正三角形からできる正多面体を追求する際には、闇雲に探すのではなく、1つの頂点に集まる面の数や角度を変化させながら規則的に追求していく姿を期待したい。そして、学級全体で正三角形からは正四面体、正八面体、正二十面体、正方形からは立方

体ができることを確認する。その後、生徒は「正四面体、正立方体（正六面体）、正八面体ができるから、正十面体や正十二面体も存在するのではないか」「違う形からも正多面体ができるのか」「正五角形からも正多面体が1つできるはず」「正五角形からは正何面体ができるのか」「正六角形からはできないと思う」などの新たな問いや予想をもち、主体的に追求していく。正五角形と正六角形のジオフィクスを渡し、実際に模型を作ったり、できないことを説明したりする場を設定する。「正七角形ではどうだろうか」と問いかけることで、正六角形での説明を使いながら正六角形以上の多角形からは正多面体ができないことを説明していく姿を期待したい。そして、生徒がジオフィクスや図、式を使って、正多面体がなぜ5種類しかないのかを根拠を明らかにして説明しようとする授業展開を目指していきたい。また、「6種類目は作れないのか」「なぜ5種類しかないのか」などと問いかけ、正多面体が5種類しかないことを確認する。

次時では、「正多面体の秘密を探ろう」と題してレポートを作成する。本時の学習である正多面体が5種類しかないことを説明したり、頂点と辺の数、面の数に着目しオイラーの定理について調べたり、立方体の展開図を利用して、正八面体の展開図も11種類しかないことを説明したり、立方体と正八面体の関係から、正十二面体と正二十面体にも何か関係はないのかと追求したりする姿を期待したい。

4 展開計画（1節立体と空間図形 全13時間 本時11／13）

次	時	主な学習と具体的な学習・内容	◇追求する子どもの姿
1		○いろいろな立体について調べよう	◇追求する子どもの姿
	1	・生活の中にある立体を持ちより、仲間分けをする。	◇生活の中にある身近な立体を観察し、特徴で仲間分けをする。
	2	・面の形、辺や頂点等から立体を分類し、仲間分けをする。	◇いろいろな視点や方法で分類、整理する。
	3	・立体を観察しながら、角柱や角錐等の特徴を理解する。	
	4	・角柱、円柱、角錐、円錐の模型から、展開図や見取図で表す。	◇立体の面の形や面と辺の関係などの特徴を見付ける。
2		○さまざまな見方で立体をとらえよう	
	5	・平面を決定する条件にはどんなものがあるのか調べる。	◇生活の中にある具体物（模型、三脚など）を用いて、自分の言葉で説明する。
	6	・直線や平面の位置関係にはどんな場合があるのか調べる。	◇生活の中にある具体物（模型、すだれ、高架、ノートパソコンなど）を用いて、自分の言葉で説明する。
	7	・立体を面の平行移動や回転移動の結果としてとらえ、角柱や錐体の特徴を見直す。	◇生活の中にある具体物（ドーナツ、壺など）を用いて、自分の言葉で説明する。
	8	・立体の投影図を理解し、立体についての見方を深める。	◇生活の中にある投影図（住宅の設計図、車のカタログなど）を探す。
3		○正多面体について探ろう	
	9	・ジオフィクスを使って、立方体の展開図を考えよう。	◇立方体の展開図が11種類あることを説明する。
	10	・ジオフィクスを使って、多面体を作ろう。	
	⑪	・正多面体は何種類あるのか考えよう。	◇多面体と正多面体の違いを正多面体の定義に基づいて分類し、正多面体であることを説明する。 ◇正多面体の面の形や数、辺や頂点の数に着目し、分類・整理しながら、正多面体が5種類しかないことを、根拠を明らかにして他者に分かりやすく説明する。
	12	・正多面体についてレポートをかこう。	◇頂点、辺、面の数に着目しオイラーの定理を調べる。 ◇立方体の展開図を利用して、正八面体の展開図も11種類しかないことを説明する。 ◇正六面体と正八面体の関係から、正十二面体と正二十面体にも何か関係はないかと追求する。
	13	・レポート発表会をしよう。	

5 本時の学習

(1) ねらい

正多面体の面の形や数、辺や頂点の数に着目し、分類・整理しながら、正多面体が5種類しかないことを、根拠を明らかにして説明することができる。

(2) 展開

学習場面と子どもの取組	教師の支援と願い・評価
<p>1. 前時の多面体を作る活動を振り返り、問いを共有する。</p> <ul style="list-style-type: none"> この多面体の名前は何か。 この多面体は同じ仲間なのか。 <p>2. 正多面体の定義を確認する。</p> <p>定義 多面体のうち、すべての面が合同な正多角形で、どの頂点に集まる面の数も等しく、へこみのないもの。</p> <ul style="list-style-type: none"> 頂点に集まる面の数が違うからいえない。 へこんでいるからいえない。 面の形がもとの図形と違うからいえない。 	<ul style="list-style-type: none"> それぞれの生徒から生まれた問いを前時に作成した多面体を使って説明する場を設ける。 個人の問いを学級全体で共有し、追求の方向性がはっきりするようにする。 定義から自分の作った模型が本当に正多面体なのか調べたり、確かめたりできるようにする。 生徒が作った模型以外にも様々な多面体を用意しておき、いろいろな多面体で正多面体かどうか確認できるようにする。 「他には正多面体はないのか」という生徒の問いを取り上げる。
<p>正多面体は何種類あるのか考えよう</p>	
<p>3. 正三角形と正方形からできる正多面体を追求する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 1つの頂点が 360° 以上になると組み立てられない。 1つの頂点に集まる正方形の数が、 $3 \rightarrow 90^\circ \times 3 = 270^\circ$ ○ 立方体 $4 \rightarrow 90^\circ \times 4 = 360^\circ$ × だから、正方形からは立方体しかできない。 1つの頂点に集まる正三角形の数が、 $3 \rightarrow 60^\circ \times 3 = 180^\circ$ ○ 正四面体 $4 \rightarrow 60^\circ \times 4 = 240^\circ$ ○ 正八面体 $5 \rightarrow 60^\circ \times 5 = 300^\circ$ ○ 正二十面体 $6 \rightarrow 60^\circ \times 6 = 360^\circ$ × だから、正三角形からは3種類の正多面体ができる。 <p>4. 自分の予想や新たな問いを追求する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 1つの頂点に集まる正五角形の数が、 $3 \rightarrow 108^\circ \times 3 = 324^\circ$ ○ 正十二面体 $4 \rightarrow 108^\circ \times 4 = 432^\circ$ × だから、正五角形からは正十二面体でかできない。 正六角形は2枚だと頂点が作れず、3枚だと平らになって頂点ができない。 正六角形ができないから、正七角形や正八角形、それ以上の正多角形からもできない。 だから、正多面体は5種類しかない。 正三角形から正十二面体ができるとこざわり、試行錯誤する。 <p>5. 本時を振り返る。</p> <ul style="list-style-type: none"> 正多面体はたくさんあると思っていたけど5種類しかなくて驚きました。360°になると平面になるので、図形の角度を考えたら5種類しかないことも納得できました。 正多面体は、頂点に集まる面の数を考えたら良いことが分かりました。頂点と面に関係があったので、辺の数も関係しているのか調べてみたいです。 	<ul style="list-style-type: none"> 「正方形からは立方体しかできないのか」と問いかけ、1つの頂点に集まる面の数や角度に着目できるようにする。 正三角形からできる正多面体を追求する際には、闇雲に探すのではなく、1つの頂点に集まる面の数や角度を変化させながら規則的に追求していく姿を期待したい。 「正四面体、正立方体（正六面体）、正八面体ができるから、正十面体や正十二面体も存在するのではないか」「違う形からも正多面体ができるのか」「正五角形からも正多面体が1つできるはず」「正五角形からは正何面体ができるのか」「正六角形からはできないと思う」など、生徒の新たな問いや予想や問いを取り上げ、学級全体で共有する。 すぐに正五角形と正六角形のジオフィクスは渡さず、生徒から「正五角形のジオフィクスがほしい」という意見が出るのを待ったり、「正五角形ではできないのか」と投げかけたりして、正五角形や正六角形に注目できるようにする。 正五角形と正六角形のジオフィクスを配布し、実際に模型を作ったり、できないことを説明したりする場を設定する。 「正六角形ではどうしてもできないのか」と問いかけ、頂点で作れない状況に着目できるようにする。 「正七角形ではどうだろうか」と問いかけることで、正六角形での説明を使いながら正六角形以上の多角形からは正多面体ができないことを説明していく姿を期待したい。 生徒がジオフィクスの模型や図、式を使って、正多面体がなぜ5種類しかないのかを他者に分かりやすく説明できる場を設定する。 「6種類目は作れないのか」「なぜ5種類しかないのか」「正七角形や正八角形ではどうか」などと問いかけ、正多面体が5種類しかないことを確認する。 <div data-bbox="711 1809 1449 1995" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p style="text-align: center;">評価の観点（数学的な見方や考え方）</p> <p>正多面体の面の形や数、辺や頂点の数に着目し、分類・整理しながら、正多面体が5種類しかないことを、根拠を明らかにして説明することができる。</p> <p>【評価方法 発言・ノート・ふりかえり】</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> 次回「正多面体の秘密を探ろう」と題してレポートを作成することを伝える。

