

1 単元名 三平方の定理を証明しよう

2 単元のねらい

観察，操作や実験などの活動を通して，三平方の定理を見いだして理解し，それを用いて考察したり，活用したりすることができるようにする。

3 授業の構想

図1は，二次方程式の導入の授業で「縦と横の長さの和が12cmで，面積が32cm²の長方形の面積を求めよう」に取り組んだ生徒Aのノートである。生徒Aのように自分の解決の過程を式や吹き出しなどを使って表現し，問題解決への見通しをもち，数を活用して論理的に考察する姿を大切にしたい。また未習である二次方程式の解決に，既習である連立方程式を基に考えたり，方程式と関数を結合的に考えたりする力をはぐくみたい。

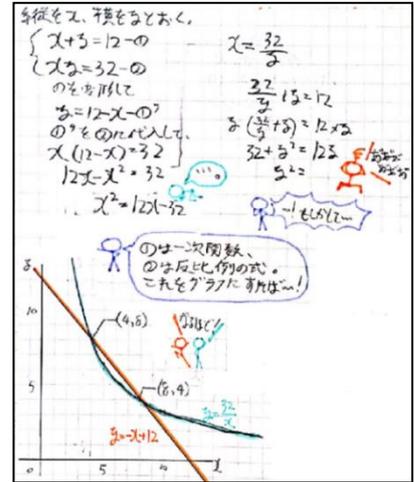


図1 生徒Aのノート

本単元では，ただ単に様々な図形の性質を証明することの延長として三平方の定理を扱うのではなく，直角三角形だからこそ成り立つ関係の美しさに触れたり，発見する楽しさを味わったりできるようにする。また，今まで求めることができなかつた長さを平面図形や空間図形の中に直角三角形を見いだすことで解決できる喜びを感じられるようにする。そして，日常生活で解決したい場面を理想化したり単純化したりして，数学的に表現した問題を三平方の定理を用いて解決できるようにしていく。さらに，「直角三角形でない場合の3辺の関係はどうなるのか」などの問いを高等学校の学習である余弦定理につなげていきたい。

そこで，本単元を展開するにあたり次の点を大切にしていきたい。

学びを深めるための題材を工夫する

三平方の定理にまつわる歴史的な背景や逸話の紹介などを通して，生徒の興味・関心を引き起こす工夫をする。まずパズルを使って，操作をしながら視覚的に面積の関係に注目できるようにしていく。その後，ピタゴラスの石畳を紹介し，正方形の面積と直角三角形の関係に注目できるようにする。その後，方眼紙を使って直角三角形の周りにできる正方形の面積の関係に着目し，三角形の3辺の長さについての観察を通して，生徒自身が三平方の定理を見いだすことができるようにする。本時では，偉人たちが魅了された100種類以上もある三平方の定理の証明を自分も証明したいという気持ちや，自分の力で証明することができたという達成感を味わえるようにする。

生徒たちの思考がつながる教師の働きかけを工夫する

三平方の定理を証明する前に，「証明するためにはどうすればよいか」と見通しを立てる時間を設定する。そうすることで，「文字を使って何を証明するのか」「何が言えれば証明できるのか」など数学的な問題を解決するための構想力をはぐくみたい。また，図と式を結合的に考えることができるように，「その式は図のどこを表しているのか」「なぜそれがいえるのか」「どういうことに注目したから証明ができたのか」など，より数学的に考えたり説明したりできるような視点を投げかける。また，班で考えたり，全体で共有したりする時間を設定することで，自分自身の考えを言語化する場面や，自分の考えと友達のことを組み合わせるよりよい考えを作ることができるようにする。

4 展開計画（全 13 時間 本時 3 / 13）

○観察や操作を通して三平方の定理を見だし証明したり、三平方の定理とその逆の意味を理解したりする（1～5校時）

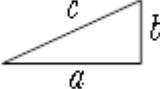
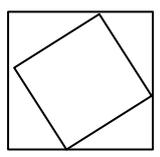
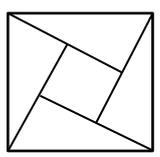
- 三平方の定理を使って、平面図形や空間図形のいろいろな長さを求める（6～11校時）
- 三平方の定理を利用して、高い所から見渡せる範囲について調べ、レポートをかいて発表会をする（12・13校時）

5 本時の学習

(1) ねらい

既習事項を使って、三平方の定理を証明するための構想・見通しを立てることができる。

(2) 展開

主な学習場面と子どもの取組	教師の支援と願い・評価
<p>1. 三平方の定理を確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 直角三角形の直角をはさむ2辺の長さ a, b, 斜辺の長さを c とすると、$a^2+b^2=c^2$ の関係が成り立つ。 <div style="text-align: center;">  </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>三平方の定理 $a^2+b^2=c^2$ を証明しよう。</p> </div> <p>2. 証明するための見通しを立てる。</p> <ul style="list-style-type: none"> 1つの直角三角形だけでは証明できない。 前時で使ったパズルを使えばできるかもしれない。 a^2+b^2 は $(a+b)^2$ を使って、式を変形してみるのはいかがでしょうか。 c^2 の正方形の周りに直角三角形を4つ使ったら、a と b を使った正方形と、c^2 の正方形ができる（Aの証明）。 <p>3. 三平方の定理の証明を考える。</p> <p>A: ピタゴラスによる証明 B: バスカラによる証明</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p>4. 学級全体で証明を共有する。</p> <ul style="list-style-type: none"> c の長さをどこにとるかに注目して、どの証明も面積の関係を使って証明している。 1つの図形を面積を2つの方法で求めて等式の関係を使っている所が共通している。 証明する式を図と関連付けて説明できるので図と式にも意味があることが分かった。 <p>5. 本時をふりかえる。</p> <ul style="list-style-type: none"> 直角三角形を4つ使って証明したけど、1つの直角三角形から証明がしたい。 直角三角形でない普通の三角形のときには3辺の関係がどうなるのか調べたい。 	<ul style="list-style-type: none"> 三平方の定理に 100 種類以上の証明があり、多くの偉人たちが魅せられた定理であることを伝え、自分も証明してみたいという気持ちが芽生えるようにする。 仮定と結論を確認する。 「文字を使って何を証明するのか」「何が言えれば証明できるのか」などと問いかけ、1つの直角三角形だけでは証明できないことに気付けるようにする。 「証明するためにはどうすればよいか」と問いかけることで、前時での直角三角形の外側にそれぞれを1辺とする正方形のある図をイメージし、c^2 の正方形に注目できるようにする。 A が生徒から出ない場合は、「前時までは直角三角形の外側に正方形を作ったが、今日は c^2 の正方形の周りに直角三角形を作ってみてはどうか」と投げかける。 B が生徒から出ない場合は、「直角三角形で c^2 の正方形を作ることはできないか」と問いかけたり、A の直角三角形を裏返す操作をしたりする。 a^2+b^2 を $(a+b)^2$ の変形に注目している生徒には、図形と関連付けて考えるように声がけする。 状況に応じて段階的に長さや注目する図などを示していく。 班で証明方法を説明する時間を設定することで、自分自身の考えを言語化したり、自分の考えと友達の考えを組み合わせるよりよい考えを作れたりできるようにする。 「その式は図のどこを表しているのか」「なぜそれがいえるのか」「どういうことに注目したから証明ができたのか」など、より数学的に考えたり説明したりできるような視点を投げかけ、図と式を定式化する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>【評価の観点（数学的な見方や考え方）】 既習事項を使って、三平方の定理を証明するための構想・見通しを立てることができている。 （評価方法 発言・ノート・ふりかえり）</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> 「もっと違った証明を考えたい」「1つの直角三角形だけでは証明できないのか」などの生徒の新たな問いを引きだし、次時では相似や等積変形を使った証明を扱うこととする。

