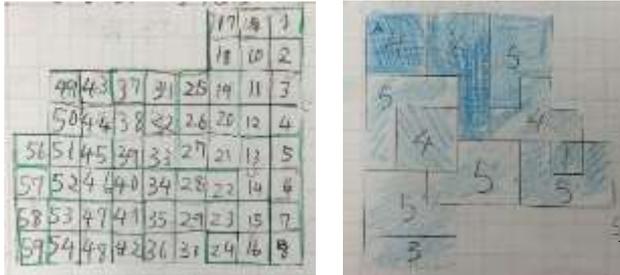


目標

面積の単位 (cm², m², km²) や面積について理解するとともに、既習の図形への変形 (合成・分解・変形) を通して図形の面積の求め方を考えることができる。

時	学習活動の概要	指導上の留意点
①	<p>(ねらい) 陣取りゲームをして、広さの比べ方を考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> 2人1組で順番にマスを取り合い、より広いマスをぬった人の勝ちとする。最終的にぬったマスの広さをどう比べるのかを考えることを通して、面積の求め方に関心を持ち、単元の見通しをもつ。 <p>○今からじんとりゲーム～広い土地ゲットだぜ～をします。順番にマスを塗り合い、となりの人よりたくさんのマスをぬりましょう。</p> <p>↓</p> <p>全員塗り終わりましたね。さて、どうやって勝ち負けを決めたらいいでしょう。</p> <p>↓</p> <p>「切ってかさねてくらべよう。」 直接比較</p>  <p>こうやって重ねたら、どっちが広いかわかりやすいね。</p> <p>POINT 1 勝ち負けを知りたい!</p>	<p>○子どもから出た比較方法を整理し、どの方法から調べていくのかを考える。その際、直接比較は重ねることで勝ち負けが一目で分かるという発言をとらえ、直接比較から調べていくようにする。</p>
②	<p>(ねらい) 陣取りゲームの単位量比較をして、面積の定義と単位を知る。</p> <p>「一番小さいマスの何個分かだてくらべよう。」</p>  <p>「小さいマスの何個分かだと、全員の中で誰が広いかわかるね。」</p> <p>単位量比較</p>	<p>○「全体の中で一位を決めたいんだけど。」と投げかけ、切って重ねる方法では、全体では比べることが大変なので、前時に出た単位量比較で比べるようにする。</p>

広さのことを**面積**といいます。
1辺が1cmの正方形の面積を**1cm²**
といいます。

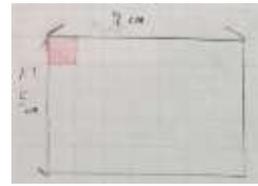
一般化

「小さいマス1個分は、1cm²だったんだね。」
「じゃあ、ぼくのとった陣地は、小さいマス59個
分だから、59cm²だ。」
「でも、1個1個数えるの大変だなあ。」

○小さいマスの何個分で比べるのは正
確だが、1つずつ数えるのが大変であ
り、もっといい方法がないのかと問いか
け、次時の学習につなげる。

③ **(ねらい) 面積の求め方を考えることができる。**

○たて5cm、横7cmの長方形の面積は、いくらでしょう。
線を引いて、1cm²が何個分あるか数えよう。



「えー！大変。」
「計算でできないかな？」

1cm²がたてに5こ、それが7列ならんでいるから
 $5 \times 7 = 35$
1cm²が35個分 = 35cm²

式化

長方形の面積 = たて × 横
「じゃあ正方形は？」

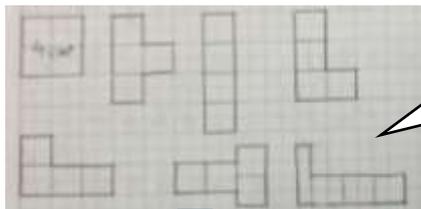
一般化

正方形の面積 = 一辺 × 一辺

○前時の「一つ一つ数えるのは大変」と
いうふり返りから、長方形や正方形な
ら、一つ一つ数えなくても計算で求めら
れないか考えるようにし、公式の理解に
つなげる。

④ **(ねらい) 1cm²を単位にして、4cm²の面積をつくる。**

・1つのます目の面積が1cm²から、4ますつなが
った形をかけばいいことに気づく。



これも4cm²?

そうか。細長いのは2つ
で1cm²だ。

○1cm²の半分という大きさにも気づけ
るように、子どもが普段使っている5
mm方眼のノートを使用する。

○1cm²の半分をつなげた図形を見つけ
た子を取り上げ、新しい図形の見方に気
づくようにする。



じゃあ、こんなのもいいのかな？

これって 4cm^2 ？
ここをつなげて…



POINT 2

半分を知ると、世界が広がる！

⑤

(ねらい) L字型の面積の求め方を考える。

・従来の合成・分解で求める方法を出した後、辺の数値設定により、図形を「切って動かす」という考えを全員で発見していく。

○今まで、長方形や正方形の面積を求めてきたけど、こんな形でも求められるかな？ どうやったら求められそう？



- ・ 2つの長方形に分けて
 $5 \times 3 = 15$ $3 \times 5 = 15$ $15 + 15 = 30$ 30cm^2
- ・ 2つの長方形と1つの正方形に分けて
 $3 \times 2 + 3 \times 3 + 3 \times 5 = 30$ 30cm^2
- ・ 見えない長方形を増やして
 $5 \times 8 = 40$ $2 \times 5 = 10$ $40 - 10 = 30$ 30cm^2
- ・ $5 \times 6 = 30$ 30cm^2

○面積を求める前に、初めは辺の長さを除いて提示することで、図形をじっくり見るようにする。

○図形を実際に切って動かしたい子どものために、図形をいくつも用意しておき、必要ならば使えるようにしておく。

・ 全体共有の場では、式からその子の思考を考えることができるように、子どもの式のみを提示する。

「最後の $5 \times 6 = 30$ って何だろう？」

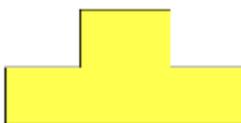
「 6cm ってどこにもないけど…」



この図形をたてに分けて、右の長方形をたてにすると

「あ！長方形になった！」 「変形した！」

じゃあ、この図形ならどうなるかな？



POINT 3(1)

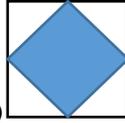
変形ってすごい！

⑥

(ねらい) 図形を変形させて面積の求め方を考える。

・L字型の面積のように、既習の図形への変形を通して、図形の面積の求め方を考えることができる。

○色をぬった部分の面積はいくらかな？



(一辺が 8cm の正方形)

「ななめの辺の長さが分からないよ。」

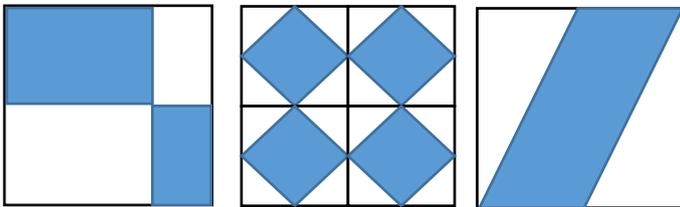
「L字型みたいにちがう形にへんしんしたらできるのかな。」



- ・ 1 cm²ごとに分けて 32 cm²。
- ・ 正方形を 4 つに分けて、変形させたら長方形だから
 $4 \times 8 = 32$ 32 cm²
- ・ 白い部分を折ったら正方形の半分だから
 $8 \times 8 = 64$ $64 \div 2 = 32$ 32 cm²



○次の中から、面積が 32 cm²になる図形をさがそう。



○周りの正方形の一辺は分かるが、色をぬった部分の正方形の一辺の長さは分からないことをおさえる。

○前時の学習を想起し、図形を変身すれば(切って動かす)面積を求められることに気づくようにする。

○ななめの辺を測って求めたい子どもがいたら、そこは認める。その上で、小数(5.6or5.7)×小数になることから計算で求められないことをおさえる。

○図形を実際に切って動かしたい子どものために、図形を用意しておき、必要ならば使えるようにしておく。

POINT 3(2)

変形ってすごい!

⑦

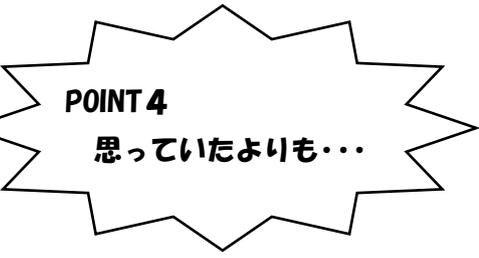
(ねらい) 面積の単位 m²を知り、大きな長方形や正方形の面積を求める。

・教室の面積がいくらになるのかを考えることを通して、長さの単位が m の時の面積の表し方を考えることができるようにする。

⑧

(ねらい) m²とcm²の関係を理解し、長さの単位が異なる場合の長方形の面積を求める。

- ・ 1 m²が何cm²かを予想し、1m=100cm から 1 m²が 1 cm²の何個分あるかを考えていく。
- ・ 1 m²を新聞紙で作り、その中に 1 cm²を書き込むことで、m²とcm²の関係を視覚的に捉えられるようにする。

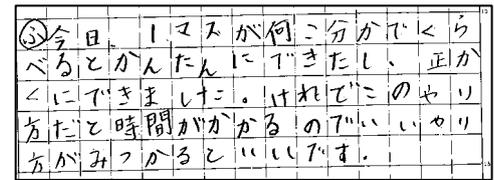
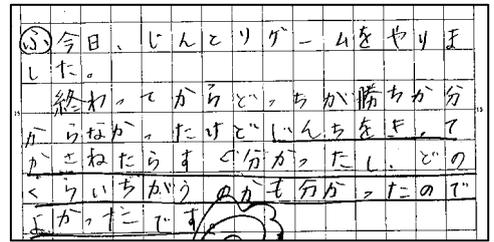
⑨	<p>(ねらい) 校舎内の部屋の面積を求め、計算で面積を求めるよさを理解する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・あらかじめ、自分たちが普段利用している部屋の面積を予想する。 ・その部屋の縦と横の長さをメジャーで測り、計算で面積を求める。 ・縦、横の長さは、全単元で学習した四捨五入を使って整数にし、面積はがい数で求めてもよいことを約束する。 	
⑩	<p>(ねらい) 面積の単位 $k m^2$ を知り、周辺地図で $k m^2$ の量感を養う。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・教科書を用い、$1 k m^2$ がどれくらいの大きさか、$1 k m^2$ と $1 m^2$ の関係を理解する。 <p>○附属小周りの地図に $1 k m^2$ (1辺が $1 km$) を書いてみよう。どれくらいの大きさになるかな。できたら、$4 k m^2$ (1辺が $2 km$) も作ってみよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・地図を用い、島根県の面積を調べる。また、他県の面積も調べて比べる。 	<p>○附属小周辺の地図を用い、$1 k m^2$ がどれくらいの大きさにあたるのかを実感できるようにする。</p>
⑪	<p>(ねらい) 面積の単位 a, ha を知り、a, ha と m^2 の関係を理解する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・田畑などの面積を表す時に、m^2 では数値が大きくなりすぎ、$k m^2$ では数値が小さくなりすぎることから、その間の単位 a や ha があることを知る。 ・$1 a$ は、1辺が $10m$ の正方形の大きさであり、教室と同じくらいの大きさであること、$1 ha$ は、1辺が $100m$ の正方形の大きさであり、校庭と同じくらいの大きさであることを理解する。 	

～ポイント解説～

POINT 1 勝ち負けを知りたい！⇒ 子どもの興味関心が引きつけられる題材を設定する。

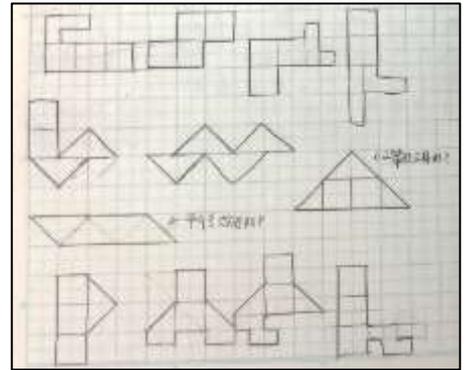
第1時の導入で、陣取りゲームを行った。陣取りゲームをする中で、子ども達は自然と「どっちが勝ったんだろう。」「一目で分かる方法ないかな?」と考えるようになった。そこで、子ども達と比較方法を考え、比較していくことで、小さなマスの何個分か比べてると、正確に、しかも何人でも同時に比べられることに気づいていった。

ここから、「1cm²の何個分か数えるのは、時間がかかる…」というふり返りをもとに、計算で求めるよさにつなげていく。



POINT 2 半分を知ると、世界が広がる！⇒ 子どもの気づきを大切にす。

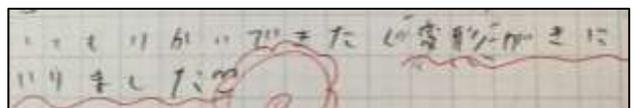
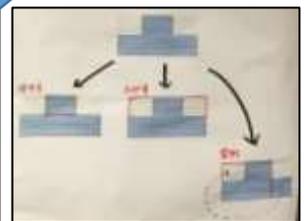
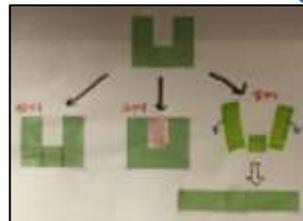
第4時では、教科書にある、4cm²の図形をつくろうという課題に取り組んだ。5ミリ方眼のノートで作業をするうちに、ある子が、「先生、これ半分ずつでもいいのかなあ。」ということを書いた。その子の意見をきっかけに、「それならこんなのは?」「三角形も半分だからいいんじゃない?」というようになっていった。まさに、算数の世界が広がった瞬間で、子ども達は思い思いのオリジナル4cm²を作っていく、友だち同士で、「本当にこれ4cm²?」と確かめ合う姿が見られた。



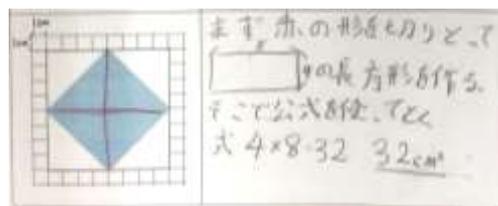
POINT 3 変形ってすごい！⇒ 数値設定で新たな求め方を開発する。

L字型の面積を求める学習の際には、辺の長さを教科書の数値から変えて提示することで、ちがう形に“変形”可能な図形にした。そして、実際に切り貼りできる用紙を用意しておいた。授業では、従来の合成・分解で求める方法を出した後、ある子が「ここをこう動かしたらちがう長方形になった。」と発表したことで、“分ける”“増やす”の他に、“変身”させる方法があると気付き、「それなら、他の図形でもできるのかな?」と、他の図形でも変形を試みる姿が見られた。

次時には、正方形の中に45°回転させたもう一つの正方形が入っている図形を提示し、変形によって面積を求める活動を行った。しかし、正方形を変形させることに違和感を抱き、一辺の長さを測って求めようとしたり、1cm²に分けて数を数えて求めようとしたりする子が多く現れた。その後、それらの方法ではな



かなかうまく求められず，変形によって面積が求められると分かると，「変形すると，簡単に求められた。」「変形っておもしろい。」という振り返りも出てきた。



POINT 4 思っていたよりも・・・⇒ 面積（+がい数）を実生活で活用できる場面を設定する。

第9時では，自分たちが普段使っている校舎内の部屋や廊下等をメジャーで測り，計算で求める活動を行った。学習したことを実生活で活用できるということで，子ども達はとても意欲的に活動した。「集会室と理科室の面積は同じかな？」「ろう下って細長いけど，教室と同じ広さだ！」と，事前に予想した

面積と違うことに驚きを感じ，見た目とは違って計算で求めることよさを実感していった。

また，測定するとちょうど〇mと切りのいい数字でないことから，前単元で学習した「がい数」を生かし，四捨五入を使いながら，「この部屋は，約〇mだ。」と，がい数を活用する良さも実感することができた。



今日は，面積をしました。学校のいろいろな場所に行って面積をはかりました。とくにびっくりしたのは，ランチルームと集会室です。なぜかという，わたしはさいしょ集会室の面積が大きいかと思ったのに，ランチルームの面積が大きかったのでびっくりしました。わたしもいろいろ見つけられたのでよかったです。家でもいろいろな所の面積を見つけないです。

成果と課題：教科構想に基づいて本実践を振り返る

「深い学び」を実現する場の追求として，算数・数学部では，「題材の設定」「教師のはたらきかけ」「学びの自覚のための工夫」を手立てとしてあげている。

「題材の設定」においては，陣取りゲームという題材，“変形”という新たな解決方法を見いだすという題材，校舎内の部屋の面積を求めるとい実生活で活用できる題材を取り上げて実践を行った。子ども達は，具体物を操作したり，子ども達同士で相談しあったりする中で問題解決に向かい，必要な知識・技能を身に付けていった。

「教師のはたらきかけ」においては，子ども達の思考がつながる働きかけを意識して行っていった。特に新たな解決方法に子どもが気づいた際に，そこを教師が取り上げ，「〇〇さんの考えてどうということ？」「この式（図）ってどうということ？」と問いかけることで，子ども同士が協働的に学ぶ姿を捉えることができた。

「学びの自覚のための工夫」においては，ふりかえりから子どもの学びの自覚や，学習をいろいろな場面で生かそうとする内容を見ることができた。また，単元の最後にレポート作成を課題として出した。本単元で学んだことを分かりやすくまとめよう，伝えようとする内容が多く，次時に子ども同士で見合ったり，教室掲示をしたりすることで，全体で共有できるようにした。すると，友だちのレポートに熱心に見入り，その後のノートで生かそうとする姿も見られるようになった。

こうした手立てによって見えてくる子どもの姿から，算数・数学部で育成を目指す「問題解決能力」の高まりを感じることができた。しかし，より高めていくための教師のはたらきかけや実生活に即した題材設定の工夫には，まだまだ改善が必要である。今後も「深い学び」を実現する場の追求をめざし，より研究を深めていきたい。

（錦織 裕介）

事象を数理的に捉え、問題を自立的、協働的に解決する内容構成

今年度は、公開研究会（平成29年11月）、数学授業づくり研修会（平成30年2月）でそれぞれ平面図形の面積と三平方の定理、場合の数を基にして得られる確率の授業づくりに取り組んだ。子どもが問題を自立的、協働的に解決できるようになるために、算数・数学の教師に求められる専門性として面積、確率に存在する論理的な背景とそれらに関連する公理主義的な見方・考え方を述べる。

1. 面積、確率とルベーグ測度

小学校第4学年で学習する集合の面積は、論理的には二重積分で定義される。積分と言えば高等学校数学Ⅱで学習する直線や関数のグラフで囲まれた図形の面積を思い出す読者もいると思われるが、それは二重積分からフビニの定理を経由して導出された公式である。このように、集合の面積の性質は二重積分から導出されるが、算数・数学の教師が理解すべき性質として次の(1)、(2)がある。

- (1) 空集合の面積は、0である。
- (2) 有限加法性：互いに素な二つの集合の和の面積は、それぞれの集合の面積の和である。

平面図形の面積と三平方の定理の授業は、有限加法性を見出し、統合的・発展的に考える力（小学校第4学年）やそれを活用して論理的に考察する力（中学校第3学年）を身につける活動と言える。面積だけでなく確率にも、高等学校数学Aで学習する確率の基本性質から分かるように、有限加法性があることに注意されたい。現代数学では面積、確率をルベーグ測度で議論するのが一般的である。

2. 公理主義的な見方・考え方

広さ、起こりやすさでそれぞれ定義される面積、確率と対照的に、ルベーグ測度は先の(1)、(2)の拡張を満たす集合関数（集合を入力して実数または無限大を出力する関数）で定義される。ルベーグ測度のように、数学的な対象を論理記号と数学記号のみで定義して議論する形式を日本では公理主義と呼ぶ。算数・数学科の教科書を読む限り、日本の算数・数学教育に公理主義が浸透しているとはとても言えないが、単元の終盤に公理主義的な見方・考え方を身につける活動は導入できる。例えば、中学校第1学年で学習する正の数と負の数は、論理的には体や線型空間で議論される。体や線型空間の定義を踏まえ、四則計算の法則を過不足無くまとめる活動を導入すれば、子どもに公理主義的な見方・考え方が身につくと期待される。過不足無いか否かは、教師が体や線型空間の定義から評価できる。

公理主義は現代数学の常識であり、論理記号と数学記号に対する慣れを必要とするが、それらのみで議論するため、公理主義には自己・他者の主観から独立して議論できるという良さがある。自己・他者の主観から独立して議論できれば、子どもが問題を対自己、対他者からそれぞれ自立的、協働的に解決できるようになると期待される。公理主義への第一歩として、言語活動の充実を目指したい。

（共同研究者：島根大学教育学部数理基礎教育講座、柿澤亮平）

参考文献

- [1] 伊藤清三、ルベーグ積分入門（数学選書）、裳華房、1963年。
- [2] 松坂和夫、集合・位相入門、岩波書店、1968年。