

# 8年3組 数科学習指導案

指導者 島根県立松江北高等学校  
内田 勇貴

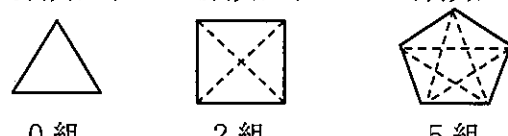
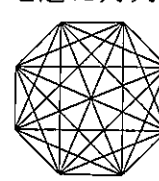
## 1 単元名 多角形の対角線の本数の求め方を考えよう ～図形の調べ方～

### 2 本時の学習

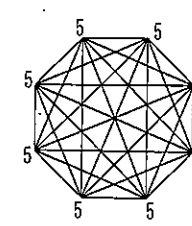
#### (1) 目標

多角形の対角線の本数の求め方を、図形や表などを用いて考察することができる。(数学的な見方や考え方)

#### (2) 展開

学習場面と予想される子どもの反応	指導上の留意点(・)と支援(◎)																					
<p>1. 3人グループ、4人グループ、5人グループになって隣の人とじゃんけんをするとき、じゃんけんをした回数と、じゃんけんをしなかった組を確認する。</p> <p>・3人グループ    ・4人グループ    ・5人グループ</p>  <p>0組                  2組                  5組</p> <p>2. 学習問題を設定する。</p> <p>・六角形の対角線は何本になるのかな。</p> <p>・対角線の本数の増え方にも何か規則はあるのかな。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p>多角形の対角線の本数の求め方を考えよう。</p> </div> <p>3. 解決の方法を探る。</p> <p>・地道に対角線を引いて数える。</p>  <p style="text-align: center;">20本</p> <p>・頂点からの引ける対角線の本数の減り方に注目する。</p> <p>5+5+4+3+2+1+0+0=20本</p> <p>七角形の場合は、4+4+3+2+1+0+0=14本</p> <p>・多角形の対角線の増え方の規則性に注目する。</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>n角形</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>対角線の本数</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>9</td> <td>14</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td></td> <td>+2</td> <td>+3</td> <td>+4</td> <td>+5</td> <td>+6</td> <td></td> </tr> </table>	n角形	3	4	5	6	7	8	対角線の本数	0	2	5	9	14	20		+2	+3	+4	+5	+6		<p>・アイスブレイクも兼ねて、実際にじゃんけんを行う。</p> <p>◎3人グループ、4人グループの場合は全体で確認する。5人グループの場合はグループごとに実際にやったり、図に書きながら確認したりすることで、重複を数えないことを体験的にとらえることができるようにする。</p> <p>◎じゃんけんの様子を図で表すことで、じゃんけんをした回数が辺の数、しなかった組が対角線になっていることに気付けるようにする。</p> <p>◎三角形、四角形、五角形の対角線の本数を確認し、六角形、七角形など多角形の対角線の本数を求めたいという問いを生徒自身ももてるようにする。</p> <p>・全員の共通課題として、まずは八角形をすることを伝える。</p> <p>・八角形を簡単にかく方法を確認する。</p> <p>◎八角形の対角線をかき進められない生徒には、「一緒に八角形をかき、「一緒に対角線を引きながら数を数えていこう」と声がけする。</p> <p>◎八角形の対角線を数え手が止まっている生徒には「六角形の場合はどうなるか」と声がけし、図形をかき対角線を表に整理しながら考えていくことができるようにする。</p> <p>◎八角形の対角線を求めることができた生徒には、「簡単に数える方法はないか」「規則性はないのか」と声がけし、頂点から出る対角線の本数の増え方に注目できるようにする。</p> <p>◎「他の場合はどうなるのかな」と問いかけることで、多角形の対角線の本数の増え方に注目できるようにする。</p> <p>◎「20角形や60角形など数の多い多角形の対角線の本数が知りたい」という声を拾い、それを全体に共有することでn角形のことを考え出す。</p>
n角形	3	4	5	6	7	8																
対角線の本数	0	2	5	9	14	20																
	+2	+3	+4	+5	+6																	

・頂点から引ける対角線の本数5本に注目する。



5本×8÷2=20本

↑

(8-3)

8は頂点の数、3はその頂点自身と、両隣の頂点(辺になる対角線は引けない)の数。

4. 八角形の対角線の本数を求める方法を学級全体で共有する。
- ・小さい数の多角形なら地道にかいたり、表でも増える数を増やしたりして考えることができるけど、60角形とかの多角形の対角線の本数は求められない。
  - ・頂点からの引ける対角線の本数の減り方の方法は、60角形の場合は、57+57+56+55+...+1+0+0の式で求められるけど、計算に時間がかかる。
  - ・各頂点からn-3本の対角線が引けるから、それに頂点の数のnをかけて、重複するから2でわると求められる。
- $$\frac{n \times (n-3)}{2}$$
5. 高校で学ぶ数列の和を求める方法を知る。
- ※裏面参照
6. 本時の学習を振り返る。
- ・最初は地道に数えていたけど、1つの頂点からいくつ対角線が引けるのかを考えて式を作ってみると意外と簡単でした。高校の勉強にもつながっていて面白かったです。
  - ・私の考え(5+5+4+3+2+1+0+0)が高校で学ぶ数列になっていて感動しました。早く高校の数列をもっと学びたいと思ったし、やっぱり中学校の積み重ねが高校の数学なんだと思いました。

### (3) 評価

十分満足できると判断される状況	概ね満足できると判断される状況	努力を要する状況への手立て
多角形の対角線の本数の求め方を、図形や表などを用いて考察し、n角形の本数を求める公式を導き出すことができる。	八角形の対角線の本数の求め方を、図形や表などを用いて考察することができる。(十分満足できる状況にするための手立て)「簡単に数える方法はないかな」と声がけし、頂点から出る対角線の本数の増え方に注目できるように促す。また、「他の多角形場合の対角線の本数にはどうしたらよいのかな」と問いかけ、n角形のことを考えるように促す。	八角形の対角線と一緒に引きながら数を数える。または「六角形の場合はどうなるかな」と声がけし、図形をかき対角線を表に整理しながら考えていくことができるように促す。

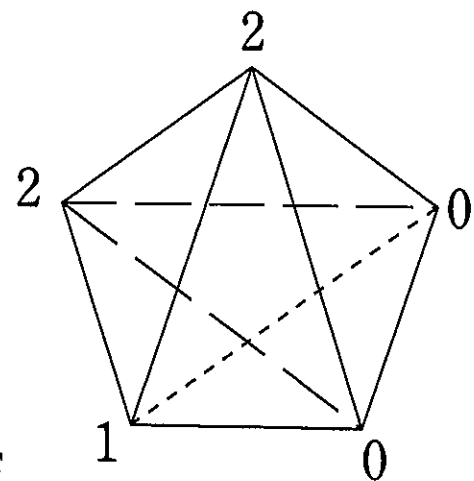
- すきっかけとする。
- ◎頂点から引ける対角線の本数が5本と考えている生徒の式に注目し、「5本はどうやってわかるのかな」と問いかけることで、頂点から引ける対角線の本数の説明を学級全体で確認する。
- ・八角形の対角線の本数を求める様々な方法を学級全体で共有し、「他の多角形の対角線はどうしたら求められるのか」と問いかけ、n角形のことを学級全体で確認する。
  - ◎頂点から引ける対角線の本数が5本と考えている生徒の式に注目し、「八角形の場合は5本だったけど、n角形の場合は何本引けるのか」と問いかけることで、頂点から引ける対角線の本数に注目できるようにする。
  - ◎「(n-3)は何を表しているのだろうか」と問いかけることで図に着目するように促し、八角形の場合の図を使いながら、n角形の場合の対角線の本数を求める式を確認する。
  - ◎60角形の場合の対角線の本数を求める式を学級全体で共有することで、公式を理解できているか確認する。
  - ◎授業で出てきた考え方を取り上げ、高校での学習である等差数列の和を求める考え方を説明する。
  - ・組み合わせについてリーグ表を提示し確率についての学びと関連付けて説明する。
  - ・本時の学習から学んだことや気づき、疑問などをまとめるよう伝える。
- 評価の観点(数学的な見方や考え方) —

多角形の対角線の本数の求め方を、図形や表などを用いて考察することができる。

【評価方法 発言・ワークシート・ふりかえり】

考え方① 「各頂点から引ける数」に着目した場合  
規則性 ⇒ 数列 (和の求め方の工夫)

五角形  $2+2+1+0+0=5$   
六角形  $3+3+2+1+0+0=9$   
七角形  $4+4+3+2+1+0+0=14$   
⋮  
⋮  
⋮



⌋  $n$  角形  $(n-3)+(n-3)+(n-4)+\dots+1+0+0=S$

$$\begin{aligned} S &= (n-3) + (n-3) + (n-4) + \dots + (n-n) + (n-n) \\ + S &= (n-n) + (n-n) + (n-(n-1)) + \dots + (n-3) + (n-3) \\ \hline 2S &= (n-3) + (n-3) + (n-3) + \dots + (n-3) + (n-3) \\ 2S &= (n-3) \times n \\ S &= \frac{n(n-3)}{2} \end{aligned}$$

考え方② 「表を用いて横の関係」に着目した場合  
規則性 ⇒ 数列 (等差数列の和の求め方を利用)

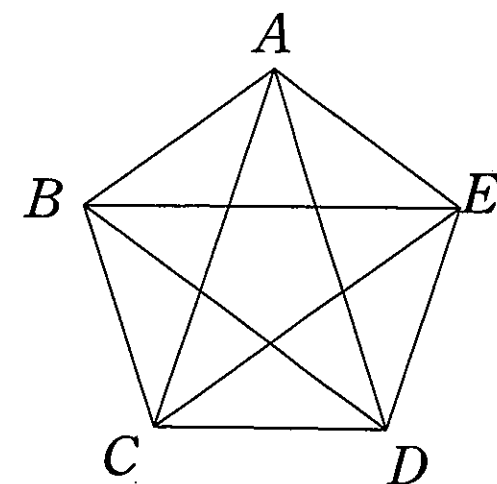
$n$ 角形	3	4	5	6	7	8	...	$n$
対角線の本数	0	2	5	9	14	20	...	$0+S$

$\underbrace{\quad\quad\quad}_{+2}$ 
 $\underbrace{\quad\quad\quad}_{+3}$ 
 $\underbrace{\quad\quad\quad}_{+4}$ 
 $\underbrace{\quad\quad\quad}_{+5}$ 
 $\underbrace{\quad\quad\quad}_{+6}$ 
 $\underbrace{\quad\quad\quad}_{+7}$ 
 $\underbrace{\quad\quad\quad}_{+(n-2)} = S$

$$\begin{aligned} S &= 2 + 3 + \dots + (n-3) + (n-2) \\ + S &= (n-2) + (n-3) + \dots + 3 + 2 \\ \hline 2S &= n + n + \dots + n + n \\ 2S &= n \times (n-3) \\ S &= \frac{n(n-3)}{2} \end{aligned}$$

考え方③ リーグ表を用いて対戦数を考えた場合  
⇒ 組合せ

	A	B	C	D	E
A		×			×
B			×		
C				×	
D					×
E					



5個から2個選ぶ ⇒  ${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2}$  だから

五角形の対角線の本数は  ${}_5C_2 - 5 = \frac{5 \times 4}{2} - 5 = 5$

$n$ 角形の対角線の本数は  ${}_nC_2 - n = \frac{n \times (n-1)}{2} - n$